

अध्याय - 1

बहुपद

• महत्वपूर्ण बिन्दु

* बहुपद :- जिस व्यंजक में चर की घात पूर्ण संख्या हो बहुपद कहलाता है।

* शून्यक :- दिये गये बहुपद में चर के स्थान पर क्या रखें जिससे बहुपद का मान शून्य हो जाये, रखे गये मान ही बहुपद का शून्यक कहलाता है।

* शून्यक दिये जाने पर बहुपद का गुणनफल होगा-
 $(x-\alpha) \cdot (x-\beta)$

* शून्यकों का योगफल = $-\frac{b}{a}$

शून्यकों का गुणनफल = $\frac{c}{a}$

EDUCATION FOR EXCELLENCE

• वस्तुनिष्ठ प्रश्न

प्र. ① $x^2 - 25$ का एक गुणनखण्ड होगा -

- (a) $x + 25$ (b) $x - 5$ (c) $x - 25$ (d) $x + 7$.

हल:- दिया है,

$$= x^2 - 25$$

$$= x^2 - 5^2$$

$$= (x - 5) \cdot (x + 5) \quad [\because a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)]$$

अतः दिये गये बहुपद के दो गुणनखण्ड हैं $(x - 5)$ व $(x + 5)$

उत्तर (b) = $x - 5$

प्र. ② बहुपद $x^2 - 49$ के शून्यक होंगे -

- (a) 7, -7 (b) -7, -7 (c) 0, 7 (d) 7, 7

हल:- दिया है, बहुपद

$$= x^2 - 49$$

$$= x^2 - 7^2$$

$$= (x - 7)(x + 7) \quad [\because (a^2 - b^2) = (a - b)(a + b)]$$

अंकि दिये गये बहुपद के दो गुणनखण्ड प्राप्त हुए हैं
अतः शून्यक प्राप्त करने के लिए दोनों गुणनखण्ड को
शून्य के बराबर लेंगे।

$$x - 7 = 0 \quad \text{व} \quad x + 7 = 0$$

$$x = 7 \quad \text{व} \quad x = -7$$

अतः शून्यक 7 व, 7 हैं।

उत्तर (a) = 7, -7

कक्षा -10 वीं गणित

प्र. ③ बहुपद $2x^2 - 7x - 9$ के शून्यकों का योगफल होगा -

- (a) 10 (b) -10 (c) $\frac{7}{2}$ (d) $-\frac{9}{2}$

हल:- दिये गये बहुपद की तुलना बहुपद $ax^2 + bx + c$ से करने पर

$$a = 2, \quad b = -7, \quad c = -9$$

अतः शून्यकों का योगफल $= -\frac{b}{a} = -\frac{(-7)}{2} = \frac{7}{2}$

उत्तर (c) $= \frac{7}{2}$

तथा शून्यकों का गुणफल $= \frac{c}{a} = -\frac{9}{2}$

प्र. ④ यदि $p(x) = 2x - 9$ का भाजक $x + 9$ हो तो शेषफल होगा -

- (a) -39 (b) 9 (c) 0 (d) 29

हल:- भाजक $= 0$

$$x + 9 = 0$$

$$x = -9$$

$x = -9$ दिये गये बहुपद $p(x) = 2x - 9$ में रखने पर शेषफल $p(-9) = 2(-9) - 9 = -39$.

उत्तर (a) $= -39$.

प्र. ⑤ भाजक को भाज्य से भाग करने पर शेषफल शून्य हो तब निम्न में सही कथन है -

- (a) भाज्य = भाजक \times भागफल (b) भाज्य = भाजक + भागफल
(c) भाजक = भाज्य \times भागफल (d) भाजक = भाज्य + भागफल

उत्तर (a) $=$ भाज्य $=$ भाजक \times भागफल

कक्षा -10 वीं गणित

प्र. 6) यदि $P(x) = x^2 + 3x + 2$ हो, तो $P(3)$ का मान होगा-

- (a) 3 (b) 9 (c) 18 (d) 20.

हल:- दिये गये बहुपद $P(x)$ में $x = 3$ रखने पर

$$P(3) = 3^2 + 3(3) + 2$$

$$= 9 + 9 + 2$$

$$P(3) = 20.$$

उत्तर (d) = 20.

प्र. 7) निम्न में से कौन-सा व्यंजक बहुपद नहीं है-

(a) $3x^2 + 7x - 2$ (b) $2x + 3$

(c) $x^2 - 3\sqrt{x} + 2$ (d) $x^2 - \frac{1}{2}x + 3.$

उत्तर (c) = $x^2 - 3\sqrt{x} + 2$

इसमें \sqrt{x} की घात पूर्ण संख्या नहीं है इसलिए यह व्यंजक बहुपद नहीं होगा।

प्र. ① निम्न में जाँचिए कि क्या $g(x)$, $p(x)$ का एक गुणनखण्ड है

$g(x) = x-3$, $p(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$.

हल:- $g(x) = 0$ से

$x-3 = 0$

$\Rightarrow x = 3$

अब $p(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$

$x = 3$ रखने पर

$p(3) = 3^3 - 4(3)^2 + 3 + 6$

$= 27 - 36 + 9$

$= 36 - 36$

$= 0$

अतः $g(x)$, $p(x)$ का एक गुणनखण्ड है। Ans:

प्र. ② यदि $(x-1)$ बहुपद $p(x) = kx^2 - 5x + 3$ का गुणनखण्ड है तो k का मान ज्ञात कीजिए।

हल:- $\therefore (x-1)$ बहुपद, $p(x)$ का एक गुणनखण्ड है

EDUCATION FOR EXCELLENCE

$x-1 = 0$

$x = 1$

अब $p(x) = kx^2 - 5x + 3$

$p(1) = 0$

$k(1)^2 - 5(1) + 3 = 0$

$k^2 - 5 + 3 = 0$

$k - 2 = 0$

$k = 2$

Ans:

कक्षा -10 वीं गणित



अभिज्या
EDUCATION FOR EXCELLENCE

प्र. ③ बहुपद $x^2 + 10x + 24$ के शून्यकों का योगफल और गुणनफल ज्ञात कीजिए-

हल:- दिये गये बहुपद $x^2 + 10x + 24$ की तुलना $ax^2 + bx + c$ से करने पर

$$a = 1, b = 10, c = 24$$

अतः शून्यकों का योगफल $= -\frac{b}{a} = -\frac{10}{1} = -10$

तथा शून्यकों का गुणनफल $= \frac{c}{a} = \frac{24}{1} = 24$

अतः शून्यकों का योगफल -10 व गुणनफल 24 है। Ans.

प्र. ④ यदि बहुपद $p(x) = 2x^3 - 5x + 4$ हो, तो $p(2)$ तथा $p(0)$ का मान ज्ञात कीजिए-

हल:- दिया है,

$$\text{बहुपद } p(x) = 2x^3 - 5x + 4$$

दिये गये बहुपद में $x = 2$ रखने पर

$$p(2) = 2(2)^3 - 5(2) + 4$$

$$= 16 - 10 + 4$$

$$p(2) = 10.$$

अब दिये गये बहुपद में $x = 0$ रखने पर

$$p(0) = 2(0)^3 - 5(0) + 4$$

$$= 4$$

अतः $p(2) = 10$ व $p(0) = 4$ है। Ans.

कक्षा -10 वीं गणित

प्र. 5) शून्यक $(-18, 12)$ के बहुपद के गुणनखण्ड लिखिए -

हल:- दिया गया शून्यक $(-18, 12)$ है।

माना $\alpha = -18, \beta = 12$

अतः बहुपद के गुणनखण्ड $= (x - \alpha) \cdot (x - \beta)$
 $= (x + 18) \cdot (x - 12)$ Ans.

प्र. 6) सिद्ध कीजिए कि $(2y^3 + 4y^2 + 3y + 1)$ को $(y + 1)$ से भाग करने पर शेषफल शून्य है -

या

बहुपद $2y^3 + 4y^2 + 3y + 1$ को $y + 1$ से भाग देकर भागफल एवं शेषफल ज्ञात कीजिए।

हल:- यहाँ भाज्य $= 2y^3 + 4y^2 + 3y + 1$
 भाजक $= y + 1$

EDUCATION FOR EXCELLENCE

$y + 1$	$ \begin{array}{r} 2y^3 + 4y^2 + 3y + 1 \\ \underline{-2y^3 + 2y^2} \\ \hline 2y^2 + 3y + 1 \\ \underline{-2y^2 + 2y} \\ \hline y + 1 \\ \underline{-y + 1} \\ \hline 0 \end{array} $	$2y^2 + 2y + 1$
---------	--	-----------------

अतः भागफल $= 2y^2 + 2y + 1$

तथा शेषफल $= 0$ है।

यही सिद्ध करना था। Ans.

कक्षा -10 वीं गणित



अभीज्या
EDUCATION FOR EXCELLENCE

प्र. (7)

यदि $P(x) = x^3 + 3x^2 - 5x + 8$ एक भाज्य तथा इसके भाजक निम्न हों: तब शेषफल प्रमेय की मदद से शेषफल ज्ञात कीजिए।

(i) $x + 1$.

हल:-

यहाँ भाज्य $P(x) = x^3 + 3x^2 - 5x + 8$

भाजक $g(x) = x + 1$

तब $g(x) = 0$

$x + 1 = 0$

$x = -1$

∴ शेषफल प्रमेय से,

शेषफल $r = P(-1)$

$= (-1)^3 + 3(-1)^2 - 5(-1) + 8$

$= -1 + 3 + 5 + 8$

$r = 15$.

अतः शेषफल $r = 15$ है। Ans.

प्र. (8) बहुपद $4\sqrt{3}x^2 + 5x - 2\sqrt{3}$ का गुणनखण्ड कीजिए-

हल:- बहुपद $4\sqrt{3}x^2 + 5x - 2\sqrt{3}$ की तुलना $ax^2 + bx + c$

से करने पर $a = 4\sqrt{3}$, $b = 5$, $c = -2\sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}x^2 + 8x - 3x - 2\sqrt{3}$

$= 4x(\sqrt{3}x + 2) - \sqrt{3}(\sqrt{3}x + 2)$

$= (4x - \sqrt{3})(\sqrt{3}x + 2)$

अर्थात् अभीष्ट गुणनखण्ड है। Ans.